

# Makroøkonomiske forudsigelser baseret på diffusionsindeks\*

Christian Dahl

Purdue University, E-mail: [dahlc@mgmt.purdue.edu](mailto:dahlc@mgmt.purdue.edu)

Henrik Hansen

Økonomisk Institut, Københavns Universitet, E-mail: [henrik.hansen@econ.ku.dk](mailto:henrik.hansen@econ.ku.dk)

John Smidt

Det Økonomiske Råds Sekretariat, E-mail: [jsm@dors.dk](mailto:jsm@dors.dk)

*SUMMARY: This paper presents simulated out-of-sample forecasts based on diffusion indexes for monthly Danish macroeconomic data. The diffusion indexes are derived from 246 series (172 monthly and 74 quarterly series). The primary focus is on forecasts of unemployment, industrial turnover, and inflation at horizons of 6, and 12 months over the period 1995-2003. It is shown that it is possible to obtain mean squared forecast errors (MSFE) of diffusion index forecasts that are smaller than the MSFE of a standard autoregressive model. However, the gain in forecasting accuracy is not robust as the results are very sensitive to the specification of the forecasting equation. As it is difficult to establish general rules with respect to the parameterization of the forecasting equation this poses a serious problem in real time forecasts. Thus, the basic results based on Danish data are not as good as has been seen in the literature. The disappointing results are probably related to very volatile estimates of the diffusion indexes. Based on this observation, a possible improvement is suggested, namely calculation of the diffusions indexes on the basis of filtered data. Results based on this idea seem much more promising than the basic setting. Using filtered data the diffusion index model leads to a reduction of MSFE of around 10 to 15 per cent relative to a standard autoregressive model.*

## 1. Indledning

Forudsigelser af økonomiske størrelser er af interesse af mange grunde. Aktører på de finansielle markeder handler på baggrund af forventninger til fremtidige aktiekurser, renter og valutakurser. Erhvervsfolk fastlægger produktionsomfanget og beslutter sig for investeringer på baggrund af den forventede udvikling i efterspørgsel og omkostningsforhold. Politikerne tager beslutninger om økonomisk politiske indgreb på baggrund af kort- og langsigtede prognoser for dansk økonomi. Selv den enkelte forbruger baserer sine indkøb på mere eller mindre sofistikerede forventninger til priser og indkomst i fremtiden – i hvert fald i teorien.

Der findes mange metoder til at lave forudsigelser. Typisk tages udgangspunkt i fortiden og de aktuelle tendenser. På baggrund af historiske data forsøger man at finde mønstre, der – hvis de også gælder fremover – kan bruges til at prognosticere den fremtidige udvikling.

---

\* Denne artikel er et resultat af et arbejde, der har været støttet af Statens Samfundsvidenskabelige forskningsråd. Et arbejdspapir fra Det Økonomiske Råds Sekretariat indeholder yderligere analyser og dokumentation, jf. Dahl, Hansen og Smidt (2005). Bl.a. indeholder arbejdspapiret analyser af flere serier, resultater for 1 månedes forudsigelseshorisont, supplerende følsomhedsanalyser samt en omfattende litteraturgennemgang. Programkoden til dannelse af diffusionsindeksene mv. samt de tilhørende data udleveres ved henvendelse til Det Økonomiske Råds Sekretariat. Beregningerne er foretaget i Ox, jf. Doornik (2001). To anonyme referees takkes for en række forslag til forbedringer og ideer til videre aftestning.

Metoderne kan være mere eller mindre avancerede – lige fra tommelfingerregler og simple ekstrapolationer til meget avancerede matematiske og statistiske metoder.

Sammenhængende forudsigelser af centrale makroøkonomiske størrelser som BNP, arbejdsløshed, inflation, betalingsbalance osv. baseres ofte på makroøkonometriske modeller. I Danmark er de mest kendte modeller ADAM, SMEC og MONA. Disse modeller baserer sig på en blanding af teori og data. Modellerne karakteriseres som ”kortsigtsmodeller”, men ingen af modellerne har som primært sigte at være gode til forudsigelser. Selvom modellerne anvendes som støtte ved udarbejdelsen af forudsigelser, er det primære formål med modellerne snarere at danne grundlag for konsekvensberegninger af forskellig karakter.

Et særligt problem i forhold til at anvende disse modeller til forudsigelser er, at de er baseret på årsdata (ADAM og SMEC) eller kvartalsdata (MONA). Ingen af modellerne tager således direkte højde for informationen i traditionelle nøgletal, der typisk ligger på månedsbasis. I praksis må modelbrugeren derfor selv forsøge at indarbejde den nyeste konjunkturinformation fra konjunkturbarometre, forbrugerforventninger, månedlige ledighedstal, forbrugerpriser osv. Ofte foregår indarbejdelsen af denne type information på mere eller mindre ad hoc vis, og der kan derfor være behov for på lidt mere systematisk vis at forsøge at udtrage informationsindholdet, der bl.a. ligger i de månedlige nøgletal.

I denne artikel undersøges en forholdsvis ny metode til at forudsige økonomiske tidsserier på danske data, der bl.a. kan anvendes i kombination med de store makroøkonomiske modeller. Den grundlæggende idé bag metoden er, at udviklingen i et meget stort antal økonomiske tidsserier kan beskrives ved et lille antal underliggende fælles faktorer (”diffusionsindeks”). Disse faktorer kan betragtes som udtryk for fælles konjunkturbevægelser. De fælles faktorer, der i udgangspunktet ikke er observerbare, identificeres ved hjælp af statistiske metoder, hvorefter faktorerne anvendes til konstruktion af forudsigelser af de enkelte tidsserier af interesse. Metoden adskiller sig fra traditionelle, regressionsbaserede forudsigelser på ledende indikatorer ved, at man ikke på forhånd skal udvælge et begrænset antal serier. Tankegangen bag diffusionsindeksene er, at man kan anvende *mange* tidsserier ved dannelsen af forudsigelserne, og at man derved undgår en tidskrævende proces med at finde de ledende indikatorer og estimere forudsigelsesligninger.

Forudsigelser baseret på diffusionsindeks er beskrevet af Stock og Watson (1998, 2002a og 2002b). Metoden har med stor succes været anvendt på amerikanske data, og den har også vist sig brugbar for andre lande som UK, Canada, Japan og Euroland.<sup>1</sup> Succesen, i form af mindsket forudsigelsesusikkerhed, er dog sjældent så stor som for de amerikanske data, og flere af studierne viser, at diffusionsindeksmodellen kan være meget følsom overfor forskelle i modelspecifikationen.

I denne artikel vises, at det for Danmark er vanskeligt at konstruere forudsigelser baseret på diffusionsindekset, der er bedre end forudsigelser fra en almindelig autoregressiv model. Det er ganske vist muligt at opstille forudsigelser af udviklingen i ledigheden, industriens omsætning og nettopriserne for perioden 1995-2003 og med forudsigelseshorisonter på 6 og 12 måneder, hvor den gennemsnitlige kvadrerede forudsigelsesfejl (MSFE) fra diffusionsindeksmodellen er lidt mindre end MSFE fra en almindelig autoregressiv model. Disse resultater er i det basale set-up imidlertid ikke robuste overfor specifikationen af

---

<sup>1</sup> Artis, Banerjee og Marcellino (2004) analyserer eksempelvis data fra UK, Brisson, Campbell og Galbraith (2003) ser på canadiske data, Shintani (2003) på japanske data, og Angelini, Henry og Mestre (2001) ser på inflationen i Euro-området.

forudsigelsesligningerne, herunder det maksimale antal fællesfaktorer/diffusionsindeks. Følsomheden indebærer, at et ”forkert” valg af parametre i diffusionsmodellen kan lede til dårligere forudsigelser i forhold til en autoregressiv model. Den manglende robusthed overfor parametriseringen gør, at det næppe er sandsynligt, at diffusionsindeksmodellens forudsigelsesegenskaber i praksis vil være bedre end andre forudsigelsesmetoder. Samtidig er gevinsten ved at bruge diffusionsindeksmodellen på danske data mindre end fundet for andre lande.

En forklaring på de mindre gunstige resultater for Danmark kan være, at de anvendte danske data tilsyneladende er ganske støjfyldte, hvilket indebærer, at signalet fra de underliggende, fælles konjunkturbevægelser, som udnyttes i diffusionsindeksmodellen, ikke fremstår særligt klart. Dette illustreres bl.a. af, at de beregnede diffusionsindeks er ganske volatile. Formentlig er det dårlige ”signal/støj-forhold” en af årsagerne til, at de her præsenterede resultater ikke er lige så positive som en række internationale studier. Analyser præsenteret i artiklen viser således, at forbedringen af forudsigelsesegenskaberne er mere robust, når diffusionsindeksene beregnes på baggrund af filtrerede (støjrensede) tal.

Artiklen er struktureret som følger. Diffusionsindeksmodellen introduceres i afsnit 2, og de anvendte data præsenteres i afsnit 3. Afsnit 4 giver en præcis beskrivelse af forudsigelsesproceduren og evalueringen af de to forudsigelsesmodeller, der betragtes i analysen, og resultaternes følsomhed overfor en række valg i forbindelse med specifikationen af forudsigelsesmodellen vises. Afsnit 5 viser, hvorledes en udvidelse af diffusionsmodellen, med en forudgående udglatning af de mange makroøkonomiske serier, kan forbedre modellens egenskaber. Endelig gives en kort opsummering og perspektivering i afsnit 6.

## 2. Diffusionsindeksmodellen

Som nævnt i indledningen kan forudsigelser laves på mange måder. Indenfor makroøkonomi, hvor man oftest arbejder med tidsserier, er statistiske eller økonometriske metoder fremherskende, jf. f.eks. Clements og Hendry (1998). Men selv når man begrænser sig til disse forudsigelsesmetoder – oftest forskellige udgaver af lineære og ikke-lineære regressionsmodeller – skal der foretages en række (arbitrære) valg bl.a. med hensyn til udvælgelse af indikatorer, transformationer heraf og specifikation af dynamikken, herunder eksempelvis lagstrukturen. Der har derfor i mange år været stor interesse i at finde rent databaserede forudsigelsesmodeller enten egentlige tidsrække modeller eller databaserede indikatormodeller. Diffusionsindeksmodellen kan ses som det seneste skud på stammen i klassen af databaserede indikatormodeller.

For at eksemplificere forudsigelsesproblemet kan man se på en simpel model for en variabel (f.eks. vækstraten i industriens omsætning). I forudsigelser over korte horisonter kan man ofte tænke på en given serie som en sum af to elementer: Et konjunkturelement og et såkaldt idiosynkratisk-element (støj). Denne opdeling i konjunktur og støj kan i en forudsigelsesmodel formaliseres ved:

$$(1) \quad y_{t+1} = \alpha c_t + \varepsilon_{t+1},$$

hvor  $y_t$  er den variabel, man ønsker at forudsige. Den forklarende variabel,  $c_t$ , er konjunkturelementet, mens støjen angives af  $\varepsilon_{t+1}$ , som antages at være ukorreleret over tid. Parameteren  $\alpha$  angiver konjunkturens indflydelse på den afhængige variabel. Problemet i denne simple forudsigelsesmodel er, at konjunkturelementet ikke er direkte observerbart.

Udgangspunktet for de fleste indikatormodeller er, at man søger at approksimere konjunktorelementet ved brug af indikatorer. Man observerer således over tid en samvariation mellem konjunkturfølsomme serier, som f.eks. industriomsætningen, på den ene side og en række konjunkturindikatorer på den anden. En lineær model for det uobserverbare konjunktorelement kan f.eks. formuleres som:

$$(2) \quad c_t = \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_k x_{kt} + w_t,$$

hvor  $x$ 'erne er konjunkturindikatorerne. Hvis indikatorerne er gode, er de tæt korreleret med konjunktorelementet, hvilket vil give en lille residual,  $w_t$ , og dermed en lille residualvarians.

Indikatormodellen for konjunktorelementet kan indsættes i forudsigelsesligningen, der således bliver en almindelig regressionsmodel. Forudsigelsesfejlen vil ud over den grundliggende fejl,  $\varepsilon_{t+1}$ , også afhænge af konjunktorens indflydelse,  $\alpha$ , samt residualen i indikatormodellen,  $w_t$ :

$$(3) \quad y_{t+1} = \alpha\beta_1 x_{1t} + \alpha\beta_2 x_{2t} + \dots + \alpha\beta_k x_{kt} + (\alpha w_t + \varepsilon_{t+1}).$$

Ofte forbedres en indikatormodel, når man medtager mange indikatorer frem for få, idet indikatormodellens residualer dermed bliver mindre. Et problem kan imidlertid være, at sammenhængen mellem variabelen, der skal forudsiges, og indikatorerne ofte ikke er stabil over tid. Et andet problem er, at mængden af indikatorer nødvendigvis må begrænses til et antal, som er (væsentligt) mindre end antallet af observationer for variabelen, man ønsker at forudsige. Hermed opstår et problem med at udvælge de bedste konjunkturindikatorer, og da indikatormodellerne sjældent er baseret på økonomiske teorier, bliver dette valg af specifikke indikatorer mere eller mindre arbitrært.

For at undgå det arbitrære udvalgsproblem, kan man i princippet forsøge at udvælge de relevante indikatorer ved at estimere en række forskellige indikatormodeller og derefter sammenligne disse modellers forudsigelsesegenskaber. Dette åbner oplagt for risikoen for data-mining. Hvis man f.eks. ønsker at finde den bedste forudsigelsesmodel for industriomsætningen på baggrund af de 245 andre serier, der indgår i den samlede indikatordatabase, vi benytter i dette arbejde, og man for at afgrænse søgeprocessen begrænser sig til altid at inddrage netop 5 indikatorer, vil der være over 7 milliarder forskellige regressionsmodeller, som skal estimeres og sammenlignes. Dette kan nedbringes til lige under 2,5 milliarder regressioner, hvis man begrænser sig til 3 indikatorer, mens introduktion af laggede værdier naturligvis ville få problemstillingen til at nå endnu mere astronomiske størrelser. Udfordringen er altså at begrænse antallet af mulige indikatorer med mindst muligt tab af information om konjunktorelementet.

Diffusionsindeksmodellen, som den er udviklet i Stock og Watson (1998 og 2002a,b), kan opfattes som en måde at reducere dimensionen af indikatormodellen ved at begrænse antallet af konjunkturindikatorer i regressionsmodellen samtidig med, at informationen fra alle relevante serier bibeholdes. Den grundliggende idé i diffusionsindeksmodellen er, at konjunktorelementet antages at indgå i (næsten) alle økonomiske serier. Det er netop dette kendetegn, der adskiller konjunktoren fra andre, mere specifikke, elementer. Dette betyder, at man i forhold til ligning (1) forestiller sig, at konjunktorelementet er fælles for alle serier,

mens støjleddet er seriespecifikt. En samlet model for  $N$  økonomiske tidsserier antages dermed at kunne beskrives ved:

$$(4) \quad x_{it} = \sum_{j=1}^r \lambda_{ij} F_{jt} + e_{it}, \quad i=1, \dots, N,$$

hvor de  $r$  ( $<N$ ) serier (eller konjunkturfaktorer),  $F_{1t}, \dots, F_{rt}$ , tilsammen repræsenterer det ikke-observerbare konjunkturlement,  $\lambda_{ij}$  angiver konjunkturfaktorernes indflydelse på hver af serierne, og  $e_{it}$  er de seriespecifikke støjled.

Modellen i (4) er et eksempel på en faktormodel, der er en velkendt statistisk model med bred anvendelse i bl.a. psykologien og sociologien. Hvis modellen faktisk er som beskrevet i (4), kan man estimere de  $r$  uobserverbare konjunkturfaktorer  $F_{jt}$  på baggrund af  $T$  observationer af de  $N$  serier. Dermed er konjunkturinformationen i de  $N$  serier reduceret til  $r$  serier.

De uobserverbare faktorer kan estimeres på flere måder afhængig af antagelserne om faktorerne og de idiosynkratiske støjled, jf. Anderson (1984b). De fleste estimationsmetoder bygger på iterative algoritmer, men hvis der er mange observationer, er en hurtig og konsistent estimator af de uobserverbare faktorer de første principale komponenter i korrelations-matricen for alle  $x$ 'erne (jf. nedenfor).

Når de  $N$  serier ( $x_{1t}, \dots, x_{Nt}$ ) observeres over  $T$  perioder og samles i et panel, kan faktormodellen skrives i kompakt form som:

$$(5) \quad X = F \Lambda' + e$$

hvor de økonomiske serier er samlet i  $T \times N$ -matricen  $X$ , således at hver række i  $X$  repræsenterer en serie, og hver søjle er en tidsobservation. Konjunkturfaktorerne er tilsvarende samlet i  $T \times r$ -matricen  $F$ , og de enkelte parametre (de såkaldte loadings eller faktorfølsomheder  $\lambda_{ij}$ ) er samlet i  $N \times r$ -matricen  $\Lambda$ .

I den klassiske faktormodel, jf. Anderson (1984a,b) eller Lawley og Maxwell (1971), antages de idiosynkratiske elementer ( $e_{it}$ ) at være uafhængige på tværs af serierne og mellem de enkelte observationer for den enkelte serie, svarende til en diagonal kovariansmatrix for  $e$ . For makroøkonomiske tidsserier er det vanskeligt at opretholde en sådan uafhængighedsantagelse. Men et af bidragene i Stock og Watson (2002b) er netop at vise, at man kan tillade en vis korrelation i de idiosynkratiske led *både* over tid og på tværs af serierne og alligevel opnå konsistent estimation af konjunkturfaktorerne, når antallet af serier,  $N$ , og antallet af observationer,  $T$ , begge er store.<sup>2,3</sup>

<sup>2</sup> Korrelation mellem de idiosynkratiske led blev behandlet af Chamberlain og Rothschild (1983) og af Connor og Korajczyk (1986, 1993). Disse forfattere viste, at der kan tillades en vis korrelation i de idiosynkratiske led, når antallet af serier,  $N$ , går mod uendelig. Deres faktormodeller, som anvendes i finansieringslitteraturen, benævnes ofte approksimative faktormodeller.

<sup>3</sup> En væsentlig betingelse for konsistent estimation er, at konjunkturfaktorerne og de idiosynkratiske komponenter er stationære og ergodiske. Dette betyder specielt, at alle serier i faktormodellen skal være stationære. Derfor finder man i alle anvendelser af diffusionsindeksmodellen, at første trin er en transformation af serierne, således at de kan forventes at være stationære. De hyppigste transformationer er første differenser af serierne enten direkte eller efter en log-transformation.

Estimationen af konjunkturfaktorerne i Stock og Watson (1998, 2002a,b) bygger grundlæggende på at faktormodellen kan opfattes som en regressionsmodel. Hvis faktorerne antages at være kendte, er modellen i (5) blot en multivariat lineær regressionsmodel. Parametrene i en sådan model ( $\Lambda$ ) kan estimeres med mindste kvadraters metode.

Standardiseres alle serierne i  $X$ , bliver residualvariansen (approksimativt) ens på tværs af ligningerne, hvorved mindste kvadraters metode indebærer, at man skal løse følgende minimeringsproblem:

$$(6) \quad \min_{\Lambda} \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T e_{it}^2 = \frac{1}{NT} \text{tr}(e'e) = \frac{1}{NT} \text{tr}\{(X - F\Lambda)'\{(X - F\Lambda)\}$$

hvor  $\text{tr}()$  er sporet af matricen i parentes. Løsningen for  $\Lambda$  kan findes med almindelig regression:

$$(7) \quad \hat{\Lambda}'(F) = (F'F)^{-1} F'X$$

Denne estimator kan sættes ind i (6), hvilket giver følgende udtryk, der skal minimeres med hensyn til  $F$ :

$$(8) \quad \begin{aligned} \frac{1}{NT} \text{tr}(e'e) &= \frac{1}{NT} \text{tr}\{(X - F(F'F)^{-1} F'X)'\{(X - F(F'F)^{-1} F'X)\} \\ &= \frac{1}{NT} \text{tr}(XX') - \frac{1}{NT} \text{tr}(F'XX'F(F'F)^{-1}) \end{aligned}$$

Det fremgår, at minimering af den normerede residualkvadratsum er ækvivalent med maksimering af andet led i anden linie.

Det er nødvendigt at indføre en normalisering af konjunkturfaktorerne, og (8) viser, at  $F'F = T \times I_r$  er en god normalisering, da maksimering af andet led dermed reduceres til:

$$(9) \quad \begin{aligned} \max_F \quad &\text{tr}[F'(\frac{1}{N} XX')F] \\ \text{givet} \quad &F'F/T = I_r \end{aligned}$$

Løsningen til dette maksimeringsproblem er givet i f.eks. Rao (1973, afsnit 1f.2), og indebærer, at  $F$  estimeres ved de  $r$  første egenvektorer i  $T \times T$ -matricen  $\frac{1}{N} XX'$ , når egenvektorer og egenverdier er ordnet efter egenverdiernes størrelse.

Det er værd at bemærke, at man med denne procedure skal finde egenvektorer i en symmetrisk  $T \times T$ -matrix, uanset hvor mange serier der indgår i faktormodellen (4). Det betyder, at man uden beregningsmæssige problemer kan introducere nærmest uendeligt mange serier i datagrundlaget for beregningen af diffusionsindeksene.

Da faktormodellen har en bi-lineær struktur, kan man egentlig ikke identificere de enkelte konjunkturfaktorer, og disse vil typisk være linearkombinationer af de estimerede faktorer. Identifikationsproblemet løses ved betingelsen  $F'F/T = I_r$ , men denne normalisering er en ren matematisk forenkling, som ikke – i økonomisk forstand – identificerer de enkelte konjunkturkomponenter. Det er derfor ikke nødvendigvis meningsfyldt at tale om en bestemt faktor som f.eks. en real konjunkturfaktor og en anden faktor som en nominal konjunkturfaktor. Normaliseringen giver dog ortogonale konjunkturfaktorer, som er ordnet

efter deres betydning for den samlede variation i  $X$ -matricen. Det er i denne sammenhæng vigtigt at være opmærksom på, at faktorerne kan "bytte plads", når de estimeres på forskellige perioder.

I forhold til almindelige indikatormodeller med observerbare indikatorer er gevinsten i den diffusionsindeksbaserede forudsigelse, at man ikke behøver indskrænke antallet af mulige indikatorer på forhånd. Alle serier med mulig information om konjunkturudviklingen kan inkluderes i faktormodellen (4) og kan dermed bidrage til en bedre estimation af konjunktorelementet i forudsigelsesligningen (1). Hvis f.eks.  $N = 246$  og  $r = 20$ , som i dette studie, har man reduceret den føromtalt indikator-søgeproces til en afsøgning blandt 20 serier frem for 245 serier. Endelig har diffusionsmodellen den fordel, at man relativt enkelt kan inddrage serier, hvor visse observationer mangler, som f.eks. kvartalsserier i forudsigelser af månedsserier. Behandlingen af manglende observationer er nærmere beskrevet i Dahl m.fl. (2005).

### 3. Datagrundlag og beregnede fællesfaktorer

Datagrundlaget for beregningen af diffusionsindeks for danske data består af 246 tidsserier – 172 månedsserier og 74 kvartalsserier. Tidsserierne dækker centrale områder af dansk økonomi, jf. tabel 1, og går for de fleste seriers vedkommende tilbage til 1980'erne.

*Tabel 1 Datagrundlag for beregning af diffusionsindeks*

Variabelgruppe	Antal serier		
	Måned	Kvartal	I alt
1. Produktion og konjunkturbarometer for industri mv.	9	14	23
2. B beskæftigelse og ledighed	5	20	25
3. Detailomsætning og industriomsætning	16	0	16
4. Forbrug og bilkøb	2	10	12
5. Byggeri, boligmarked og konjunkturbarometer for byggeri	14	3	17
6. Lagerinvesteringer	0	5	5
7. Ordreindgang og -beholdning	30	0	30
8. Renter, valutakurser, aktiekurser mv.	29	0	29
9. Pengemængde mv.	4	0	4
10. Priser	25	9	34
11. Løn	0	7	7
12. Import, eksport, udenlandske data, tillidsindikatorer mv.	38	6	44
I alt	172	74	246

Anm.: En præcis databeskrivelse findes i Dahl m.fl. (2005).

Datagrundlaget inkluderer både serier, der kan siges at være af interesse i sig selv (f.eks. arbejdsløshed, forbrugerpriser og BNP), og serier, der vurderes at være relevante for at kunne beskrive og forudsige de i sig selv interessante serier (f.eks. konjunkturbarometre). Udvalgelsen af data er i praksis foretaget med udgangspunkt i en databank bestående af ca. 1.300 månedsserier og ca. 1.300 kvartalsserier, der dækker centrale danske og internationale økonomiske nøgletal. Kilderne til denne databank er Danmarks Statistiks Tidsserie Databank (DSTB) samt EcoWin.

Grupperingen af variablerne i tabel 1 er inspireret af Stock og Watson (1998 og 2002a), og der er ved udvalgelsen af data tilstræbt en vis "balance" mellem variabelgrupperne. Andre forhold, der har spillet en rolle ved udvalgelsen af data er tidsseriernes længde, frekvens og

det typiske publikationslag. Som et eksempel på serier, der ikke indgår i datasættet pga. for kort længde, kan nævnes Serviceerhvervenes konjunkturindikatorer. Disse serier må oplagt formodes at indeholde information om den aktuelle konjunktursituation, men de er først offentliggjort fra april 2000. Kun undtagelsesvist er der medtaget tidsserier, der ikke er tilgængelige tilbage til i hvert fald 1988, hvor det officielle kvartalsvise nationalregnskab begynder.

Valget af hvilke serier, der skal indgå i datagrundlaget, er baseret på et mere eller mindre subjektivt valg. Principielt kan metoden, som nævnt, inddrage nærmest uendeligt mange data, da egenværdiproblemet jo relaterer sig til en  $T \times T$ -matrix og ikke en  $N \times N$ -matrix, jf. afsnit 2. Den grundlæggende tankegang tilsiger, at man bør inddrage mange serier, idet logikken er: Jo flere serier, jo mere information om de underliggende, fælles bevægelser, der skal fanges i fællesfaktorerne. Imidlertid indebærer flere serier også mere støj, og det er ikke oplagt, at signal/støj-forholdet forbedres, jf. bl.a. Boivin og Ng (2003). Introduktion af serier, der er præget af ekstraordinære hændelser som f.eks. strejker eller ekstreme naturgivne forhold, vil bidrage til en ny type variation, der ikke nødvendigvis er relevant i relation til at beskrive de underliggende konjunkturrelle bevægelser i de centrale dataserier. Tilsvarende vil serier, der er helt perifere i forhold til de overordnede konjunkturbevægelser, udelukkende bidrage med støj. En sådan støj, der er totalt irrelevant – og dermed ukorreleret – med de fælles konjunkturbevægelser vil principielt ikke indgå de første centrale fællesfaktorer – netop fordi støjen er ukorreleret med konjunkturerne, men med et begrænset antal relevante serier (og en endelig tidsperiode) vil selv irrelevant støj i praksis kunne påvirke resultatet.<sup>4</sup>

Som udgangspunkt er alle serier sæsonkorrigerede enten fra primærkilden eller ved egen brug af X11. Undtaget herfra er renter samt valuta- og aktiekurser, som det er valgt ikke at sæsonkorrigere. Serierne er gennemgået for oplagte databrud, og i nogle tilfælde er serierne blevet forlænget ved kædning. Serierne er (efter sæsonkorrektion) om nødvendigt transformeret for at opnå stationaritet. De fleste serier indgår i logaritmiske ændringer. Nogle serier indgår dog i absolutte ændringer – bl.a. ledighed og renter, mens andre serier indgår utransformerede – bl.a. forbrugerforventninger, konjunkturindikatorer, lagerinvesteringer og rentespænd. Formelle test af stationaritet indikerer, at de således transformerede serier i det store og hele kan betragtes som stationære, jf. Dahl m.fl. (2005).

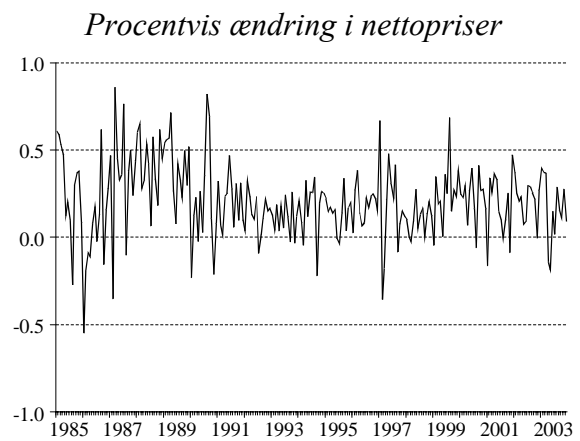
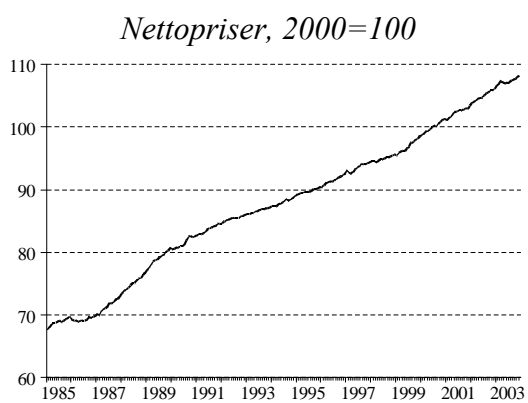
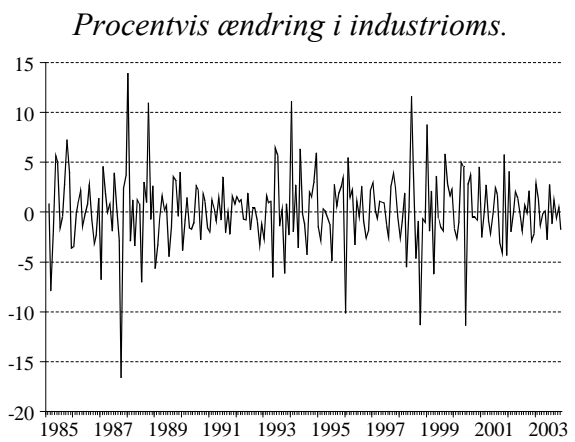
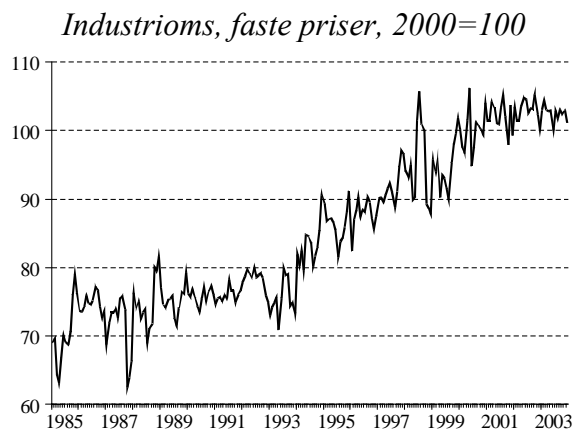
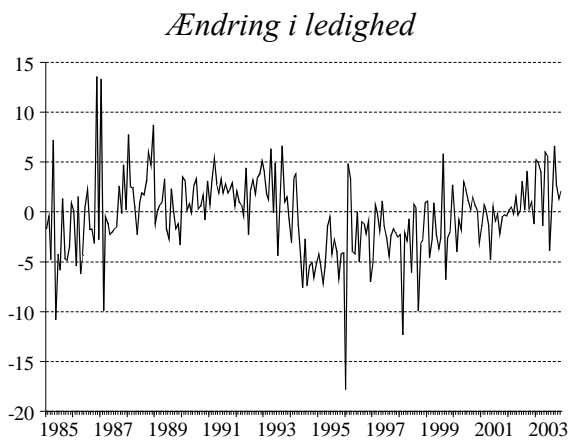
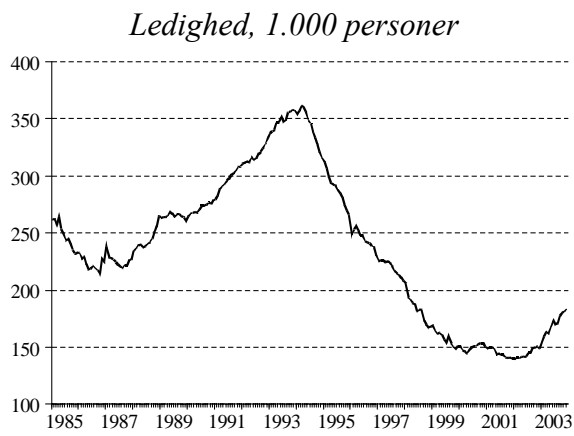
I figur 1 vises tre centrale variabler, der i de følgende afsnit vil blive forsøgt forudsagt med udgangspunkt i diffusionsindekset. Det fremgår af figurerne til højre, at de ændringer, som indgår i beregningen af diffusionsindekset – og som er de størrelser, der skal forudsiges – er ganske volatile størrelser.

På baggrund af det beskrevne datagrundlag er der beregnet et antal fællesfaktorer, som anvendes i det videre arbejde om forudsigelser. Den betydelige volatilitet i serierne, der fremgår af figur 1, bidrager naturligt til, at de resulterende fællesfaktorer ligeledes bliver relativt volatile, jf. figur 2.

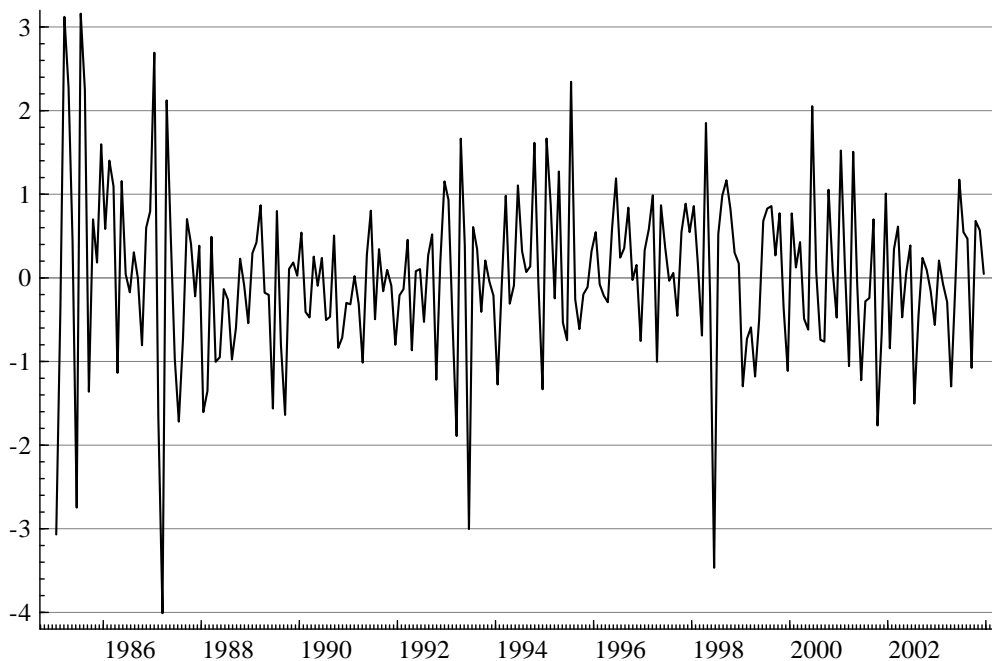
---

<sup>4</sup> I Dahl m.fl. (2005) vises bl.a. betydningen af at anvende et markant mindre datagrundlag – konkret 100 udvalgte serier mod 246 i de her viste resultater. Overordnet påvirkes forudsigelsesegenskaber ikke meget. Dette kan opfattes som en indikation af, at metoden er relativt robust overfor at medtage mange (og måske potentielt irrelevante) serier. Omvendt kan de små forskelle naturligvis også tages som udtryk for, at der ikke er den store gevinst ved at medtage et stort antal serier i datagrundlaget for beregningen af fællesfaktorerne.

Figur 1 Centrale variabler, der skal forudsiges



Figur 2 Den første fællesfaktor



Som nævnt er fællesfaktorerne per konstruktion ordnet sådan, at den første fællesfaktor forklarer den største del af variationen i de underliggende data, den anden forklarer næstmest osv. For hele perioden forklarer den første fællesfaktor ca. 10 pct. af variationen i data. De seks første forklarer ca. 42 pct., de ti første ca. 55 pct. og de 20 første ca. 72 pct. af variationen i de underliggende data.<sup>5</sup>

Når fællesfaktorerne er beregnet på hele perioden (1985m1-2003m12), er faktorerne en funktion af data i hele perioden. For at få et indtryk af de estimerede faktorerers sampleafhængighed kan man f.eks. sammenligne den første fællesfaktor, beregnet på hele perioden, med den første fællesfaktor, beregnet på et del-sample.  $R^2$  mellem den første fællesfaktor beregnet på den fulde periode og beregnet på perioden frem til 2000 er 0,80. Den høje korrelation må dog nok mest opfattes som et tilfælde, idet fællesfaktorerne, som beskrevet i afsnit 2, kan "bytte plads". Dette eksemplificeres af, at den kvadrerede korrelation mellem fællesfaktor nummer 2 beregnet på fuld periode og faktoren beregnet frem til 2000 kun er 0,02.

I tabel 2 vises, hvorledes hver enkelt fællesfaktor beregnet til og med 1994m1 hhv. 2000m1 er korreleret med alle fællesfaktorerne beregnet på fuld periode, dvs. frem til og med 2003m12. Denne beregning er ikke påvirket af fællesfaktorerens præcise rækkefølge. Det fremgår af tabellen, at typisk 80-95 pct. af den variation, der ligger i fællesfaktorerne beregnet på en kortere periode bibeholdes i det rum, der udspændes af fællesfaktorerne beregnet på fuld periode. Det fremgår ligeledes af tabellen, at korrelationen har en tendens til at blive mindre, når de sidste fællesfaktorer betragtes. I tabellens sidste søjle er vist korrelationen mellem det samlede rum udspændt af de 20 fællesfaktorer beregnet for hhv. delperioden og hele perioden. Samlet må tabel 2 tages som udtryk for, at der synes at være en

<sup>5</sup> Stock og Watson (1998) angiver til sammenligning, at de første seks fællesfaktorer forklarer 47 pct. af variationen i deres underliggende datasæt (171 amerikanske tidsserier), og Artis m.fl. (2004) angiver, at de seks første faktorer forklarer ca. 50 pct. af variationen (81 serier fra UK).

rimelig stabilitet i det variationsområde, der beskrives af fællesfaktorerne, når beregningsperioden varieres.

*Tabel 2 Kvadreret korrelation mellem fællesfaktorer beregnet på fuld periode og delperioder*

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Alle
1994M1	92	82	70	87	86	90	75	93	86	79	84	80	60	80	70	84	71	77	50	45	77
2000M1	94	80	94	82	91	78	82	87	93	94	93	90	96	77	71	91	88	61	73	78	85

Anm.: Tabellen viser  $100 \cdot R^2$  i regressionen af den enkelte fællesfaktor beregnet op til og med tidspunktet, der er angivet i forspalten, på en konstant og alle 20 fællesfaktorer beregnet på hele perioden (dvs. til og med 2003m12). Den sidste søjle, benævnt "Alle" indeholder den kvadrerede trace-korrelation, som kan opfattes som en multipel  $R^2$ .

#### 4. Forudsigelser på baggrund af diffusionsindekset

I dette afsnit præsenteres forudsigelser af tre månedsserier på baggrund af diffusionsindekset – og til sammenligning på baggrund af en almindelig autoregressiv model. Indledningsvis beskrives fremgangsmåden bag forudsigelsessammenligningen. Herefter vises resultaterne af forudsigelserne. Perioden er 1995m1-2003m12, og der betragtes to forudsigelseshorisonter: 6 og 12 måneder. Endelig diskuteres betydningen af en række parametervalg.

##### 4.1 Nærmere om fremgangsmåden

Vurderingen af diffusionsindekset baseres i det følgende primært på modellens egenskab til at forudsige ex ante, dvs. "out-of-sample". Der lægges derved mindre vægt på modellernes evne til at beskrive data i estimationsperioden. Den anvendte metode forsøger at tilnærme vurderingen til de omstændigheder, man som prognosemager står overfor i realtid, herunder ikke mindst, at man ikke kender den sande model eller dens parametre.

Begrebet "out-of-sample" indebærer, at man rullende estimerer en forudsigelsesmodel på baggrund af data, der antages kendt på tidspunkt  $t$ , og anvender denne model til at forudsige en given variabel på et tidspunkt i fremtiden  $t+h$ . Den forudsigelsesmodel, der benyttes i det følgende, kan skrives som:

$$(10) \quad y_{t+h} - y_t = \alpha^h + \sum_{i=0}^{Ymax} \beta_i^h (y_{t-i} - y_{t-i-1}) + \sum_{k=0}^{Fmax} \sum_{j=0}^{Flag} \delta_{kj}^h F_{k,t-j} + \varepsilon_{t+h}$$

Dette er en autoregressiv, fordelt lag model, hvor der inkluderes op til  $Ymax$  lags af den variabel, som skal forudsiges, og op til  $Fmax$  konjunkturfaktorer, idet hver af konjunkturfaktorerne tillades at indgå med op til  $Flag$  lags.

Det bemærkes, at forudsigelserne genereres ved almindelig regression uanset tidshorizonten (en såkaldt multi-step forudsigelse, når  $h$  er større end 1), hvilket indikeres af toptegnet  $h$  på alle parametrene. Multi-step forudsigelsen er et alternativ til "almindelige" forudsigelser med dynamiske modeller, hvor der dannes én-periode-forudsigelser, som herefter itereres frem til den ønskede horisont. Der kan være fordele ved multi-step forudsigelser, hvis forudsigelsesmodellen ikke er identisk med den datagenererende proces (jf. Clements og Hendry (1998) kap. 11), men i diffusionsindeksmodellen er den primære årsag, at man undgår at skulle opstille forudsigelsesmodeller for konjunkturfaktorerne.

I "out-of-sample"-forudsigelsesanalyser anvendes den estimerede forudsigelsesmodel og data op til og med tidspunkt  $t$  til forudsigelse af  $y$  på tidspunkt  $t+h$ . Herefter rykkes tidsangivelserne én periode frem, estimationerne gentages, og  $y_{t+h+1}$  forudsiges. Denne

beregningsgang gentages, idet tidsangivelserne stadigt rykkes frem. Til sidst har man en hel tidsserie af ”out-of-sample”-forudsigelser.

Ved forudsigelser baseret på diffusionsindeks indskydes et ekstra trin, der estimerer disse indeks. Beskrevet lidt mere præcis består hvert enkelt trin i ”out-of-sample”-forudsigelserne af følgende elementer:

1. Beregn fællesfaktorer (diffusionsindeks) ved hjælp af data op til og med tidspunkt  $t$ . Konkret beregnes 20 fællesfaktorer. Alle data op til tidspunkt  $t$  antages kendt, og de beregnede indeks betegnes  $F_{kt}$ ,  $k = 1, \dots, 20$ .
2. Estimer forudsigelsesligningen (10) for perioden  $T_0$  til  $t-h$ , hvor  $T_0$  er estimationsperiodens start. For hver enkelt estimationsperiode foretages en generel-to-specific nedtestning baseret på BIC. Brugen af BIC-kriteriet indebærer i praksis, at de variable, der indgår i den foretrukne specifikation af forudsigelsesligningen, har numeriske  $t$ -værdier på omkring  $2\frac{1}{2}$  eller større.
3. Anvend de estimerede parametre fra den nedtestede model samt data op til og med periode  $t$  til at danne en forudsigelse af  $y$  på første forudsigelsestidspunkt,  $t+h$

Herefter øges  $t$  med én og beregningerne i trin 1-3 gentages indtil sluttidspunktet,  $t=T-h$ .

Afslutningsvis anvendes de faktiske og de forudsagte værdier af  $y$  til at beregne den gennemsnitlige kvadrerede forudsigelsesfejl (MSFE):

$$(11) \quad MSFE = \frac{1}{T-h-t_1+1} \sum_{t=t_1}^{T-h} (y_{t+h} - y_{t+h}^e)^2.$$

Til sammenligning med forudsigelser baseret på diffusionsmodellen beregnes i det følgende også forudsigelser baseret på almindelige autoregressive modeller, dvs. forudsigelsesmodellen (10) med alle  $\delta_{kj}$  lig med 0. Disse forudsigelser er ligeledes baseret på ”out-of-sample”-metoden.

Metoden er beskrevet mere indgående i Dahl m.fl. (2005).

## 4.2 Forudsigelse af ledighed, industriomsætning og nettopris 6 og 12 måneder frem<sup>6</sup>

Tabel 3 viser resultaterne af forudsigelser baseret på diffusionsindekset (”DI-model”). Til sammenligning vises resultaterne baseret på en autoregressiv model (”AR-model”). For hver variabel/horisont er angivet MSFE, for de to modeller, og den relative MSFE er beregnet. For hver model er angivet resultatet dels for en ”optimal” parametrisering (hvor parametriseringen er valgt, sådan at MSFE minimeres), dels for en på forhånd fastlagt parametrisering. Med parametrisering menes her den maksimale laglængde for den endogene variabel ( $Y_{max}$  i ligning (10)), det maksimale antal fællesfaktorer ( $F_{max}$ ) samt den maksimale laglængde af fællesfaktorerne ( $Flag$ ).

En relativ MSFE mindre end 1 indikerer, at diffusionsmodellens forudsigelser i gennemsnit er mere præcise end forudsigelserne fra den autoregressive model. Det fremgår af tabel 3, at med den optimale parametrisering (dvs. hvor parametriseringen er valgt, så MSFE

<sup>6</sup> I Dahl m.fl. (2005) vises tilsvarende resultater for forudsigelser for en række andre månedsserier samt forudsigelser med en horisont på 1 måned.

minimeres) er den relative MSFE i alle tilfælde mindre end 1. Dette er udtryk for, at det er muligt at specificere en forudsigelsesligning (10), hvor diffusionsindeksmodellen giver bedre out-of-sample-forudsigelser end den autoregressive model. Samtidig viser tabellen imidlertid også, at diffusionsindeksmodellens forudsigelser kan forventes at være bedre, hvis man på forhånd lægger sig fast på givne værdier af  $Y_{max}$ ,  $F_{max}$  og  $Flag$ . I dette tilfælde må det konstateres, at diffusionsindeksmodellen rent faktisk giver dårligere resultater end den autoregressive model. I det følgende afsnit diskuteres implikationen af disse resultater nærmere.

*Tabel 3 MSFE fra forudsigelser for perioden 1995m1-2003m12*

Parametrisering:	DI-model		AR-model		Relativ (DI/AR)	
	Optimal	Fast	Optimal	Fast	Optimal	Fast
<i>Ændring i ledighed</i>						
6 måneder	144,3	168,8	152,8	152,9	0,94	1,10
12 måneder	772,5	873,3	871,4	871,4	0,89	1,00
<i>Vækst i industriens omsætning i faste priser</i>						
6 måneder	14,9	16,7	15,5	16,2	0,96	1,03
12 måneder	19,9	22,6	22,0	22,6	0,90	1,00
<i>Vækst i nettopriserne</i>						
6 måneder	0,160	0,201	0,183	0,201	0,87	1,00
12 måneder	0,381	0,557	0,505	0,526	0,75	1,06

Anm.: Med "fast" parametrisering menes her,  $F_{max} = 4$ ,  $Y_{max} = 4$  og  $Flag = 0$ . Med "optimal" parametrisering menes, at der er søgt over en række værdier af  $F_{max}$ ,  $Y_{max}$  og  $Flag$ ; værdierne af disse parametre er valgt, så MSFE for den betragtede "out-of-sample"-periode minimeres, jf. beskrivelsen i afsnit 4.3

### 4.3 Om valg af parametre mv.

I forbindelse med praktisk anvendelse af diffusionsindeksmodellen er der en lang række forhold, en prognosemager skal tage stilling til. Blandt disse forhold er

- 1) Valg af grundlæggende data,
- 2) Valg af startperiode for dannelse af fællesfaktorer og estimation af forudsigelsesligning,
- 3) Valg antal faktorer i faktormodellen,
- 4) Valg af maksimalt antal fællesfaktorer og lags i forudsigelsesligningen,
- 5) Valg af nedtestningsprocedure.

Det har vist sig, at ikke mindst valget af parametre i forudsigelsesligningen, dvs. valget af det maksimale antal fællesfaktorer ( $F_{max}$ ), det maksimale antal lags heraf ( $Flag$ ) samt det maksimale antal laggede endogene ( $Y_{max}$ ), er vigtigt.

I tabel 3 er under betegnelsen "Fast" vist resultaterne af ét konkret valg, hvor  $F_{max}$  sættes til 4,  $Y_{max}$  til 4 og  $Flag$  til 0. Det er oplagt, at andre valg af parametre vil lede til andre resultater.

Herudover vises resultaterne af en systematisk afsøgning efter den "optimale" parametrisering. Konkret er der for diffusionsindeksmodellen for hver variabel/horisont afsøgt over alle kombinationer af  $Y_{max} = 2,3,4,5,6$ ,  $F_{max} = 4,6,8,10,12,15,20$  og  $Flag = 0,1$ . Dette indebærer, at der for hver variabel og for hver forudsigelseshorisont er afprøvet 70 parameterkombinationer. For hver kombination er "out-of-sample"-forudsigelserne dannet,

og i tabellen er angivet den laveste MSFE ud af disse 70 beregninger. For den autoregressive model er alle kombinationer af  $Y_{max} = 1,2,3,4,5,6,8, 10,12,15$  afprøvet for hver variabel og for hver forudsigeshorisont. Det skal understreges, at resultaterne der opnås på denne måde ikke må opfattes som realistiske (opnåelige i praksis). Det skyldes, at parametriseringen er valgt ved en systematisk afsøgning af "out-of-sample"-egenskaberne, som udvælger den bedste parameterkombination. Dette er gjort for at systematisere undersøgelsen af diffusionsmodellens mulige fordele, men proceduren er selvsagt ikke mulig i realtidsforudsigelser. De "optimale" parametervalg er angivet i tabel 4.

*Tabel 4 Parametrisering af "optimale" modeller*

	Horisont	DI-model			AR-model
		$F_{max}$	$Flag$	$Y_{max}$	$Y_{max}$
Ledighed	6	10	0	2	3
Ledighed	12	15	0	2	4
Industriomsætning	6	8	1	6	6
Industriomsætning	12	10	0	3	3
Nettopriser	6	6	0	4	8
Nettopriser	12	6	0	2	2

Anm.:  $F_{max}$  angivne det maksimale antal fællesfaktorer i ligning (10).  $Flag$  angiver det maksimale lag i fællesfaktorerne i ligning (10).  $Y_{max}$  angiver det maksimale antal laggede  $y$ 'er i ligning (10).

Det fremgår, at den beskrevne afsøgning typisk giver anledning til, at der tillades relativt mange fællesfaktorer i den generelle specifikation af forudsigelsesligningen. Dette kan tages som udtryk for, at der i visse tilfælde kan være et informationsindhold i at medtage yderligere fællesfaktorer, men det viser sig, at det er forbundet med betydelig risiko for at få særligt dårlige forudsigelser, når antallet af parametre i forudsigelsesligningen øges. Dette gælder til trods for, at der foretages en traditionel nedtestning af estimationsligningen fra generel til specifik.

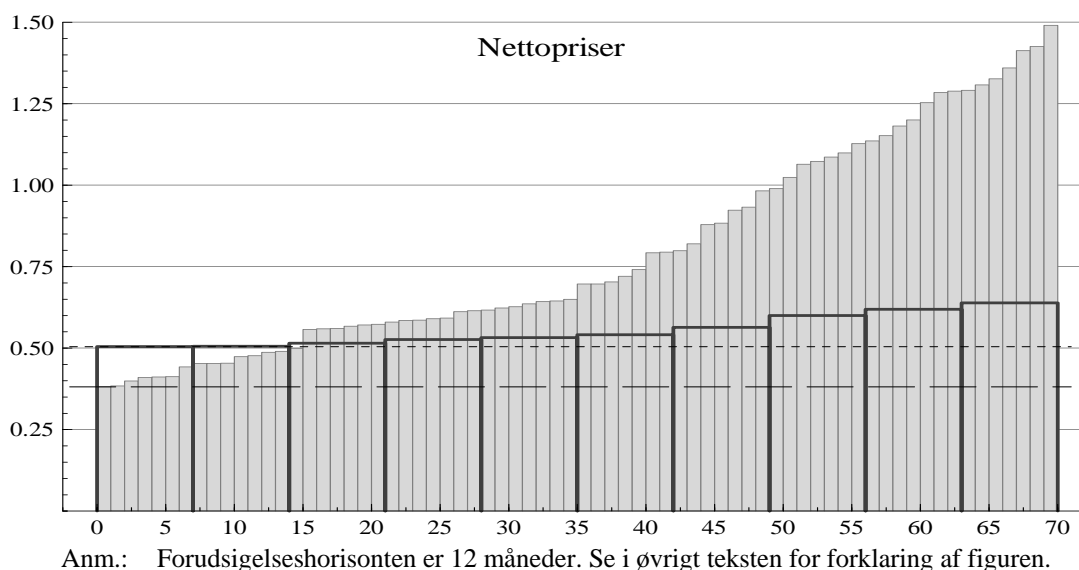
I figur 3 er for nettopriserne vist alle de beregnede MSFE'er, der er fremkommet som led i den beskrevne afsøgning efter den optimale parametrisering. For DI-modellen er der, som nævnt, afprøvet 70 parameterkombinationer. De resulterende MSFE'er er sorteret, og MSFE fra hver parameterkombination repræsenteres i figuren af én af de smalle, grå søjler. Den første af disse søjler repræsenterer den parameterkombination, der har den laveste MSFE (0,381, jf. tabel 3); denne værdi er i figur 3 markeret med en vandret stiplede linje. Det konkrete valg af parametre svarende til denne søjle fremgår af nederste række i tabel 4.

De bredere, fedt optegnede bokse repræsenterer tilsvarende MSFE'erne fra AR-modellen. Der er, som beskrevet, afprøvet 10 parametriseringer af AR-modellen. Den første af disse søjler repræsenterer den maksimale laglængde,  $Y_{max}$ , der har den laveste MSFE (0,505; jf. tabel 3). Denne værdi er ligeledes markeret med en vandret stiplede linje; som det fremgår af tabel 4 opnås denne MSFE med  $Y_{max} = 2$ .

Figur 3 afslører, at der er stor forskel på den MSFE, der fremkommer ved den "optimale" parametrisering (den første søjle) og den dårligste parametrisering (den sidste søjle). Det fremgår således, at den bedste parameterkombination, som nævnt, giver en MSFE på 0,38 mens den dårligste parameterkombination giver en MSFE, der er næsten 4 gange så stor; 1,49. Konkret fås dette dårlige resultat, når man tillader op til 20 fællesfaktorer, mod det optimale valg på 6, og generelt karakteriseres søjlerne længst til højre af, at der indgår mange

fællesfaktorer i den generelle specifikation af forudsigelsesligningen.<sup>7</sup> Det fremgår endvidere af figuren, at AR-modellen er væsentligt mindre følsom overfor variation i parametervalget.

Figur 3 Fordeling af MSFE for afprøvede parameterkombinationer



Disse resultater understreger følsomheden overfor parametriseringen, dvs. specifikationen af den generelle forudsigelsesmodel. Det er for alle de i tabel 3 betragtede serier muligt – ved en systematisk afsøgning – at finde en specifikation (laglængde eller et antal fællesfaktorer), der gør DI-modellen bedre end AR-modellen. Men det modsatte kan lige så let lade sig gøre. Risikoen for dårligere resultater øges mærkbart, når der tillades mange forklarende variabler, og især indebærer kombinationen af mange fællesfaktorer og lags heraf et stort antal parametre i den generelle modelspecifikation, hvilket selvsagt øger risikoen for ”over-fit” og dermed dårlige ”out-of-sample”-egenskaber.<sup>8</sup>

Som diskuteret i Dahl m.fl. (2005), er det meget vanskeligt – for ikke at sige umuligt – at opstille generelle retningslinjer for valg af parametrene i forudsigelsesligningen. I tabel 3 var som alternativ til ”det optimale” (men uopnåelige) valg angivet resultaterne af et mere eller mindre tilfældigt for alle variabler og horisonter fast valg på 4 fællesfaktorer og 4 laggede endogene. Et mere informeret valg kunne bestå i for hver variabel/horizont at finde den optimale parametrisering for perioden 1995-1999, og derefter fastholde denne for perioden 2000-2003. Denne fremgangsmetode indebærer, at der for perioden 1995-1999 gennemføres et stort antal beregninger for en given kombination af variabel og horisont, hvorefter der foretages én ”out-of-sample”-beregning for perioden 2000-2003. Tabel 5 viser resultatet af denne beregning.

Tabel 5 viser flere ting. For det første fremgår det ved sammenligning med tabel 3, at forudsigelsesfejlene generelt er mindre for perioden 2000-2003 end for den fulde periode

<sup>7</sup> Variationen i MSFE for ledigheden er langt mere begrænset end variationen i MSFE for nettoprisindekset (den værste modelspecifikation er 35 procent større end den bedste). Variation i MSFE for industriomsætningen er midt i mellem, idet den dårligste MSFE er dobbelt så stor som den bedste. Se Dahl m.fl. (2005).

<sup>8</sup> Det bemærkes her, at der er blevet beregnet 20 fællesfaktorer til trods for, at det optimale antal er i størrelsesordenen 8 i henhold til et kriterium udviklet af Bai og Ng (2002). Beregninger af ”out-of-sample”-forudsigelser baseret på 8 fællesfaktorer giver dog anledning til MSFE’er, der er stort set svarende til de her afrapporterede. En væsentlig forskel er imidlertid, at de dårligste resultater typisk ikke genfindes.

1995-2003. Dette gælder både for DI- og AR-modellen, men det fremgår, at det relative forhold generelt skifter til ugunst for diffusionsindeksmodellen. Dette indikerer, at den relativt gode performance for diffusionsindekset, når den ”optimale” parametrisering betragtes i tabel 3, primært er udtryk for gode forudsigelsesegenskaber i perioden 1995-1999. For det andet fremgår det, at vælges parametriseringen som beskrevet på baggrund af ”out-of-sample”-egenskaberne i perioden 1995-1999 (jf. søjlen ”fast”, så bliver DI-modellens forudsigelsesegenskaber markant dårligere, end når der vælges parametrisering på baggrund af selve ”out-of-sample”-perioden (jf. søjle ”optimal”). Derimod er parametriseringen af AR-modellen, som det kunne ventes, ikke af så stor betydning. MSFE øges således kun lidt for AR-modellen, når parametriseringen fastholdes, hvilket indebærer, den relative MSFE klart forskydes til fordel for AR-modellen.

*Tabel 5 MSFE fra forudsigelser for perioden 2000m1-2003m12*

Parametrisering:	DI-model		AR-model		Relativ (DI/AR)	
	Optimal	Fast	Optimal	Fast	Optimal	Fast
<i>Ændring i ledighed</i>						
6 måneder	64,6	153,4	56,5	67,4	1,14	2,28
12 måneder	342,2	612,2	237,4	294,4	1,44	2,08
<i>Vækst i industriens omsætning i faste priser</i>						
6 måneder	9,8	15,4	10,2	11,4	0,96	1,35
12 måneder	10,5	19,9	13,1	13,1	0,80	1,52
<i>Vækst i nettopriserne</i>						
6 måneder	0,155	0,168	0,140	0,155	1,11	1,08
12 måneder	0,247	0,453	0,287	0,336	0,86	1,35

Anm.: Med ”fast” parametrisering menes her, at  $F_{max}$ ,  $Y_{max}$  og  $Flag$  er fastlagt som de værdier, der minimerer MSFE for perioden 1995-1999, mens ”optimal” parametrisering indebærer, at disse parametre er fastlagt, således at MSFE for den betragtede ”out-of-sample”-periode minimeres, jf. teksten.

Dette bekymrende resultat er en illustration af, hvor vigtigt designet af en ”out-of-sample”-evaluering er. Det bør bemærkes, at en væsentlig årsag til det meget dårlige resultat for DI-modellen er, at det valg af maksimalt antal fællesfaktorer og lags, der foretages på baggrund af perioden 1995-1999, typisk indebærer et meget stort antal variabler i forudsigelsesligningen. I flere tilfælde medtages 10, 15 eller 20 fællesfaktorer og deres lags i den generelle specifikation, hvilket oplagt indebærer en stor risiko for dårlige resultater, jf. ovenfor. Hvis man på forhånd havde begrænset det maksimale antal fællesfaktorer og/eller undladt at tillade lags heraf, ville resultatet ikke have været nær så dårligt. Det skal således understreges, at de specifikationer, der her er valgt på baggrund af forudsigelsesegenskaberne for 1995-1999 ikke nødvendigvis er dem, som man ville have (eller burde have!) valgt, hvis man i 1999 skulle have fastlagt specifikationen for forudsigelsesligningen for de følgende fire år.

Samlet må det på baggrund af ovenstående konkluderes, at selv om det ved en systematisk afsøgning over parametriseringer af den generelle forudsigelsesmodel er muligt at finde en specifikation, hvor MSFE fra DI-modellen er mindre end fra den autoregressive model, så er dette resultat næppe relevant i praktisk anvendelse. Det skyldes, at udledningen af den ”optimale” parametrisering er baseret på en afsøgning af ”out-of-sample”-egenskaberne, hvilket oplagt ikke er muligt i praksis. Den afslørede store følsomhed overfor parametriseringen af forudsigelsesligningen må opfattes som et stort problem, og den


nedslående konklusion synes at være, at diffusionsindeksmodellen i den hidtil betragtede form tilsyneladende ikke har meget at byde på på danske data.

## 5. Forudsigelser baseret på filtrerede data

De data, der hidtil har været anvendt, er, som beskrevet i afsnit 3, typisk sæsonkorrigerede og transformeret til stationaritet ved at tage ændringer (evt. i logaritmer). Hvis man opfatter en given serie som bestående af fire (ikke-observerbare) komponenter – sæson, trend, konjunkturcykel og en irregulær komponent – er der derved fjernet to komponenter, nemlig sæson og trend. De data, der indgår i dannelsen af fællesfaktorerne, kan dermed omfattes som summen af en konjunkturkomponent og en irregulær komponent.

Tankegangen bag diffusionsindekset er, som beskrevet i afsnit 2, at der er et begrænset antal fælles bevægelser i data, og det er naturligt at opfatte disse som konjunkturbevægelserne. I det omfang den irregulære komponent (støjen) i serierne er fremtrædende, vil de beregnede fællesfaktorer være påvirket af denne støj, mens konjunkturbevægelsen (det egentlige signal) trænges i baggrunden.

Som beskrevet er de anvendte data ganske støjfyldte, og et dårligt signal/støj-forhold kan være en del af forklaringen på de knap så gunstige resultater for diffusionsmodellen på danske data relativt til de internationale erfaringer. Eksempelvis er variationen i BNP-vækstraten (målt ved spredningen) ca. dobbelt så høj i Danmark som i USA, og variationen i den danske industriomsætning er ca. syv gange så stor som i variationen i den amerikanske industriproduktion. En nærliggende tanke er derfor at forsøge at filtrere støjen ud af serierne – analogt til at trend og sæson er fjernet. Herved vil de underliggende konjunkturbevægelser muligvis stå klarere, og signal/støj-forholdet forøges.

En metode til at dekomponere de trend- og sæsonrensede data i en konjunkturkomponent og en irregulær komponent er at opstille en model for data i såkaldt State Space-form.<sup>9</sup> En dekomponering (eller filtrering) kan herefter foretages af hver enkelt original (sæson- og trendkorrigeret) serie, hvorved der opnås et estimat af den cykliske komponent. Filtreringen foretages dermed univariat (serie for serie), hvilket indebærer, at den information om strukturen, der ellers postuleres i forbindelse med beregningen og anvendelsen af fællesfaktorerne, ikke anvendes.<sup>10</sup>

Filtreringen af de grundlæggende data er foretaget på basis af hele perioden – fra 1980 frem til og med 2003. Herved anvendes i begyndelsen af perioden information, der reelt set ikke var tilgængelig på det relevante tidspunkt. På denne måde vil den estimerede konjunkturkomponent i begyndelsen af perioden afvige fra det estimat, man kunne have lavet, hvis man kun havde anvendt den information, der var tilgængelig i begyndelsen af perioden. Det er oplagt, at man ved at anvende information i hele perioden ved en initial datatransformation giver et for positivt billede af forudsigelsesegenskaberne i forhold til

---

<sup>9</sup> Estimationen af de ikke observerbare komponenter foretages ved brug Kalman-filtret. Metoden er udførligt beskrevet i Harvey (1989) og senest af Durbin og Koopman (2001). Beregningerne er foretaget i *Ox* ved hjælp af *SsfPack*, som er beskrevet i Koopman, Shephard og Doornik (1999); *SsfPack* samt dokumentation er frit tilgængelig og kan findes på <http://www.ssfpack.com>.

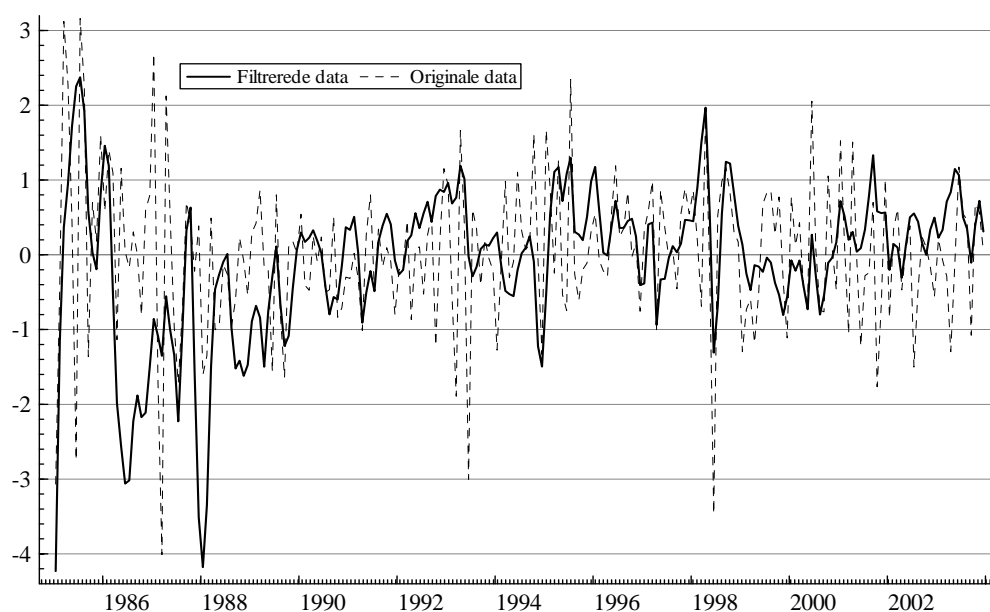
<sup>10</sup> Camacho og Sancho (2001) anvender også filtrerede data i en faktoranalyse af spanske data. Forfatterne viser bl.a., at de spanske data er langt mere volatile end eksempelvis amerikanske data, hvorfor de finder det velbeggrundet at fokusere på konjunkturkomponenten.

virkeligheden. Bl.a. derfor skal denne analyse primært opfattes som en illustration af den potentielle værdi i at fokusere på konjunkturkomponenten ved forudsigelserne.

Efter filtreringen er fællesfaktorerne beregnet på samme måde som tidligere. Et udkomme af proceduren er, at de resulterende fællesfaktorer bliver mere bløde, jf. figur 4, som viser den første estimerede fælles konjunkturfaktor hhv. med originale data og filtrerede data.

Resultatet af "out-of-sample"-forudsigelser baseret på de filtrerede data vises i tabel 6. Det fremgår af tabellen, at MSFE gennemgående er mindre, når fællesfaktorerne beregnes på filtrerede data. Eksempelvis reduceres MSFE for forudsigelsen af ledigheden på 6 måneders horisont til 142,5 med filtrerede data fra 168,8, når de originale data anvendes (jf. tabel 3), hvilket svarer til en relativ MSFE på 0,84.

Figur 4 Første fællesfaktor med originale data hhv. med filtrerede data



Anm.: Fællesfaktoren med originale data – den stiplede kurve – er identisk med den, der blev vist i afsnit 2.

Tabel 6 Filtrerede data. MSFE fra forudsigelser for perioden 1995m1-2003m12

Parametrisering:	DI-model		Relativ: DI-filter/ DI-original		Relativ: DI-filter/ AR-model	
	Optimal	Fast	Optimal	Fast	Optimal	Fast
<i>Ændring i ledighed</i>						
6 måneder	115,4	142,5	0,80	0,84	0,76	0,93
12 måneder	704,0	730,3	0,91	0,84	0,81	0,84
<i>Vækst i industriens omsætning i faste priser</i>						
6 måneder	13,5	14,1	0,91	0,84	0,87	0,87
12 måneder	15,3	16,3	0,77	0,72	0,70	0,72
<i>Vækst i nettopriserne</i>						
6 måneder	0,171	0,176	1,07	0,88	0,93	0,88
12 måneder	0,470	0,480	1,23	0,86	0,93	0,91

Anm.: Med "fast" parametrisering menes her,  $F_{max} = 4$ ,  $Y_{max} = 4$  og  $Flag = 0$ . Der henvises til afsnit 4 for en nærmere beskrivelse af parametrisering og testprocedure.

Sammenlignes med AR-modellens MSFE, jf. tabellens to sidste søjler, ses, at diffusionsindeksmodellen systematisk har de laveste forudsigelsesfejl. Dette gælder både, når det "optimale" (men i praksis uopnåelige) parametervalg anvendes, og når resultaterne af den faste parametrisering betragtes. Især resultatet, der fremgår af den sidste søjle – med fast parametrisering – må opfattes som lovende for diffusionsindeksmodellen. De bedre forudsigelsesegenskaber, der opnås, når støjen (den irregulære komponent) fjernes fra serierne, kan formentlig opfattes som udtryk for, at signalet (konjunkturbevægelsen) går klarere igennem til fællesfaktorerne, og forudsigelsesfejlene derved bliver mærkbart mindre. Gennemsnitligt er MSFE 15 pct. lavere med diffusionsindeksmodellen baseret på filtrerede data end for den autoregressive model, jf. sidste søjle.

Det skal gentages, at den anvendte fremgangsmåde, hvor de grundlæggende data filtreres på den fulde periode, kan være problematisk. Det er bl.a. kendt fra trendestimation, at det især i slutningen af den periode, hvor der estimeres, kan være vanskeligt at sikre stabile estimater. Formentlig er problemet ikke helt så stort i forbindelse med filtrering på stationære serier, men det udestår at afklare, hvor problematisk det i praksis er, at filtreringen er foretaget på hele perioden frem for at blive foretaget rekursivt.

## 6. Opsamling og perspektiver

Forudsigelser af makroøkonomiske tidsserier som f.eks. ledighed, industriomsætning og inflation indgår i konjunkturvurderinger, der foretages af banker, interesseorganisationer og offentlige institutioner. Det er naturligvis vigtigt at anvende den til rådighed værende information bedst muligt, herunder at anvende de statistiske metoder der giver de bedste resultater.

I nærværende arbejde er det vist, at man med en systematisk søgning over specifikationer af forudsigelsesligningen kan opnå bedre forudsigelser med diffusionsindeksmodellen end med en almindelig autoregressiv model. Den systematiske afsøgning over specifikationer indebærer imidlertid, at information fra "out-of-sample"-perioden anvendes til fastlæggelse af modelspecifikationen, hvilket oplagt er i modstrid med "out-of-sample"-tankegangen. Fastlægges parametriseringen alternativt på forhånd forværres diffusionsindeksmodellens forudsigelsesegenskaber. Tages udgangspunkt i en given parametrisering, hvor det maksimale antal fællesfaktorer og lags fastlægges på baggrund af en analyse af forudsigelsesegenskaberne i en tidligere periode, klarer DI-modellen sig faktisk dårligere end den autoregressive model. En forklaring på de markant dårligere resultater i dette set-up kan være, at de således fastlagte forudsigelsesligninger indeholder mange parametre (op til 20 fællesfaktorer plus lags heraf).

I betragtning af den store betydning parametriseringen kan have for forudsigelsesegenskaberne er det bekymrende, at det er vanskeligt at angive generelle retningslinjer for det optimale valg af antal fællesfaktorer, antal lags osv. Analyser i Dahl m.fl. (2005) tyder dog på, at det sandsynligvis er hensigtsmæssigt at begrænse antallet af fællesfaktorer (og lags) betragteligt i forhold til det interval, der er blevet afsøgt i nærværende arbejde (hvor der er anvendt op til 20 fællesfaktorer). Resultaterne i Dahl m.fl. (2005) peger endvidere på, at introduktion af laggede fællesfaktorer i forudsigelsesligningen næppe er vejen frem – snarere tvært imod.

I lyset af disse resultater må det konkluderes, at selv om det ved en systematisk afsøgning over parametriseringer af den generelle forudsigelsesmodel er muligt at finde en specifikation, hvor MSFE fra DI-modellen er mindre end fra den autoregressive model, så er dette resultat næppe relevant i praktisk anvendelse. Det skyldes, at den "optimale" parametrisering ikke kendes på forhånd. Den afslørede følsomhed overfor parametriseringen af forudsigelsesligningen må derfor opfattes som et stort problem.

En bemærkelsesværdig egenskab ved de beregnede fællesfaktorer er, at de er stærkt volatile (uden nævneværdig persistens). Den betydelige støj, der tilsyneladende er til stede i de estimerede fællesfaktorer, indebærer, at den underliggende konjunkturbevægelse, ikke kommer tydeligt frem. Signal/støj-forholdet er for ringe. Dette er et alvorligt problem, fordi det netop er de fælles, underliggende konjunkturbevægelser, der skal drive forudsigelserne i diffusionsindeksmodellen. Hvis der ikke er persistens i fællesfaktorerne, kan det ikke

forventes, at de vil have et nævneværdigt bidrag til forudsigelsen af centrale økonomiske variabler. På denne baggrund blev det forsøgt at anvende filtrerede (støjrensede) dataserier ved beregningen af fællesfaktorerne. Dette gav anledning til mærkbart mindre volatile faktorer og bedre forudsigelsesegenskaber for DI-modellen. Forudsigelsesfejlen fra DI-modellen baseret på dette datagrundlag er således ca. 15 pct. bedre end forudsigelser fra den autoregressive model, selv når parametriseringen er fastlagt på forhånd. Den konkrete filtrering kan dog ikke opfattes som uproblematisk, da den baseres på hele perioden, og dermed principielt er i modstrid på "out-of-sample"-tankegangen, og der kan derfor være behov for yderligere analyser baseret på rekursivt filtrerede serier.

Samlet må det konkluderes, at gevinsten ved at anvende DI-modellen på danske tal ikke er så stor, som det er fundet i studier på tal fra bl.a. USA og UK. Samtidig er gevinsten meget afhængig af parametriseringen, og der er ikke fundet gode retningslinjer for fastlæggelsen heraf. Derved afhænger resultaterne af, hvorledes "out-of-sample"-beregningerne designes, og der kan derfor være god grund til at følge DI-modellen forudsigelser i ægte realtidsforudsigelser, hvor konkrete valg af parametre, nedtestningsstrategi, datarevisioner og publikationslag vil spille en rolle.

Det er ikke muligt på baggrund af nærværende arbejde at konkludere, hvorfor DI-modellen ikke klarer sig så overbevisende på danske data, som det er blevet demonstreret i litteraturen på data fra andre lande. Den mest oplagte forklaring er nok, at de danske tal tilsyneladende er mere støjfyldte. Dette gør dem naturligvis sværere at forudsige, men nok så væsentligt betyder støjten, at "signalet" i de beregnede fællesfaktorer bliver for ringe. Det er formentlig på denne baggrund, at de relativt opløftende resultater med filtrerede data skal ses. En anden mulighed til at reducere støjniveauet kan være at fokusere på forudsigelser af kvartalstal frem for månedsdata<sup>11</sup>.

## Litteratur

- Anderson, T.W. (1984a). *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis* (Second Edition). New York: John Wiley & Sons.
- Anderson, T.W (1984b). Estimating linear statistical relationships. *Annals of Statistics*, 12, 1-45
- Angelini, E., J. Henry og R. Mestre (2001). Diffusion index-based inflation forecasts for the Euro area. Working Paper No. 61. ECB Working Paper Series.
- Artis, M., A. Banerjee og M. Marcellino (2004). Factor forecasts for the UK. Working Paper, Department of Economics, European University Institute. Kommer i *Journal of Forecasting*.
- Bai, J. og S. Ng (2002). Determining the number of factors in approximate factor models. *Econometrica*, 70, 191-221.
- Boivin, J. and S. Ng (2003): Are More Data Always Better For Factor Analysis? Working Paper 9829. National Bureau of Economic Research. Cambridge, MA.
- Brisson, M., B. Campbell og J.W. Galbraith (2003). Forecasting Some Low-predictability Time Series Using Diffusion Indices. *Journal of Forecasting*, 22, 515-531.
- Camacho, M. og I. Sancho (2003). Spanish diffusion indexes. *Spanish Economic Review*, 5, 173-203

---

<sup>11</sup> Indledende arbejde på forudsigelse af kvartalsserier på baggrund af DI-modellen tegner relativt positivt, og det er således tænkeligt, at DI-modellen vil vise sin styrke mere på forudsigelse af kvartalstal end på månedstal.

- Chamberlain, G. og M. Rothschild (1983). Arbitrage factor structure, and mean-variance analysis of large asset markets. *Econometrica*, 51, 1281-1304.
- Clements, M.P. og D.F. Hendry (1998). *Forecasting Economic Time Series*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Connor, G. og R.A. Korajczyk (1986). Performance measurement with the arbitrage pricing theory. *Journal of Financial Econometrics*, 15, 373-394.
- Connor, G. og R.A. Korajczyk (1993). A test for the number of factors in an approximate factor model. *Journal of Finance*, 48, 1263-1291.
- Dahl, C., H. Hansen og J. Smidt (2005). Makroøkonomiske forudsigelser baseret på diffusionsindeks. Arbejdsrapport 2005:1. Det Økonomiske Råds Sekretariat.
- Doornik, J. (2001): *Ox An Object-oriented Matrix Programming Language*. London: Timberlake Consultants Ltd.
- Durbin, J., og S. J. Koopman (2001), *Time Series Analysis by State Space Methods*, Oxford University Press.
- Harvey, A. C. (1989), *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*, Cambridge University Press.
- Koopman, S. J., N. Shephard og J. A. Doornik (1999), Statistical algorithms for models in state space form using SsfPack 2.2, *Econometrics Journal*, 2, 113-66.
- Lawley, D.N. og A.E. Maxwell (1971). *Factor Analysis as a Statistical Method*. New York: Elsevier Publishing.
- Rao, C.R. (1973). *Linear Statistical Inference and Its Applications* (Second Edition). New York: Wiley & Sons
- Stock, J.H. og M.W. Watson (1998). Diffusion indexes. Working Paper 6702. National Bureau of Economic Research. Cambridge, MA.
- Stock, J.H. og M.W. Watson (2002a). Macroeconomic forecasting using diffusion indexes. *Journal of Business & Economics Statistics*, 20, 147-162.
- Stock, J.H. og M.W. Watson (2002b). Forecasting using principal components from a large number of predictors. *Journal of the American Statistical Association*, 97, 1167-1179.
- M. Shintani (2003). Nonlinear forecasting analysis using diffusion indexes: an application to Japan. Working Paper No. 03-W22R. Department of Economics, Vanderbilt University.